

文章编号:1000-8055(2011)10-2388-06

基于数值模拟的内斜齿轮成形磨削 砂轮修形方法

苏建新¹, 邓效忠², 任小中², 徐 恺²

(1. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072;

2. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003)

摘 要: 针对内斜齿轮数控成形磨削中较难解决的磨削干涉问题, 研究了内斜齿轮成形磨削的砂轮修形方法. 在建立内斜齿轮成形磨削数学模型的基础上, 用截圆法得到磨削内斜齿轮时砂轮与齿槽接触点所满足的条件方程组, 通过牛顿迭代法解此方程组求出砂轮廓形. 用数值法模拟出所求砂轮的實際磨削齿形并与理论渐开线齿形作比较, 以检验磨削是否干涉及砂轮半径和安装角的选取是否正确. 基于 Visual C++ 6.0 编制内斜齿轮砂轮修形及误差分析软件, 通过仿真正确选择砂轮安装角、砂轮半径, 并输出数控砂轮修整程序. 最后通过磨削和检测实例, 验证了理论的正确性和软件的可行性.

关 键 词: 内斜齿轮; 成形磨削; 砂轮修形; 磨削干涉; 数值模拟

中图分类号: TG580

文献标志码: A

Grinding wheel dressing method for inner helical gear form grinding based on numerical simulation

SU Jian-xin¹, DENG Xiao-zhong², REN Xiao-zhong², XU Kai²

(1. School of Mechanical Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. School of Mechatronics Engineering,

Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China)

Abstract: In view of grinding interference produced in the process of inner helical gear form grinding, the grinding wheel dressing method for the inner helical gear form grinding was studied. On the basis of establishing the mathematical model of inner helical gear form grinding, the conditional equations sets conforming to the contact points between grinding wheel and tooth space were obtained by means of circle cutting, and then the wheel profile was found through solving the equations by using Newton iteration. The practical profile of wheel simulated by numerical method was compared with the theoretical involute tooth to inspect whether the gear grinding causes interference, and whether the radius of grinding wheel and its installation angle are correct. Wheel dressing and simulating analysis software was prepared based on Visual C++ 6.0, which can be used to select the grinding wheel radius and installation angle, and output the computer numerical control (CNC) program for dressing form grinding wheel. The practical inner helical gear grinding test and inspection results show that the dressing method is correct and the dressing software is feasible.

收稿日期: 2010-10-31; 修订日期: 2011-02-24

基金项目: 国家自然科学基金(50575068)

作者简介: 苏建新(1971—), 男, 河南洛阳人, 博士生, 主要从事齿轮数控成型磨削的研究.

Key words: inner helical gear; form grinding; wheel dressing; grinding interference; numerical simulation

成形磨削内斜齿轮的关键在于对成形磨削砂轮的数控修形,磨削齿轮的齿形与成形砂轮的廓形密切相关,磨削齿轮的质量取决于成形砂轮的修形精度^[1-2]. 砂轮半径和砂轮安装角的选取是影响磨削干涉的关键因素,砂轮半径过大、砂轮安装角过大或过小都会造成磨削干涉,使磨削齿轮齿形精度降低. 针对这些问题,基于数值仿真方法实现内斜齿轮成型磨削砂轮修形,对砂轮半径和安装角进行最优选择,磨削干涉问题通过仿真实现预测、消除.

1 内斜齿轮磨削成形砂轮廓形计算

成形磨削内斜齿轮时,砂轮边绕自身轴线旋转边沿工件轴线向下运动,工件按照螺旋角关系随着砂轮的移动而绕自身轴线旋转,从而磨削出内斜齿轮渐开面内螺旋齿槽,砂轮回转面可看成接触线绕砂轮轴线旋转而得. 将修整好的盘形砂轮放置在内斜齿轮的齿槽内,假想有一系列平面垂直于砂轮的旋转轴,用这些平面剖截砂轮回转面和齿槽螺旋面,砂轮的瞬时截圆和工件螺旋面瞬时截交曲线都在这些平面内. 工件螺旋面瞬时截交曲线与砂轮瞬时截圆相切,这个切点就是接触线与平面的交点,即是接触点^[3-4]. 砂轮轴截面廓形坐标就是这些砂轮截圆半径和平面的位置尺寸.

1.1 建立内斜齿圆柱齿轮的渐开螺旋面方程

如图 1 所示,内斜齿轮的端截形是渐开线, r_b 为其基圆半径, e 为齿槽左侧渐开线 ef 的起点, α_0 为 x 轴与 oe 的夹角, a 为基圆与渐开线上点 $M(x_M, y_M)$ 的法线的切点, 参数量为 $\angle eoa = \mu$, 则根据渐开线的性质, $L_{Me} = r_b \mu$, z 轴为 ef 作螺旋运动的基准轴, 斜齿轮的下齿面就是这个螺旋面, 此螺旋面的方程式为^[5-6]

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_b \cos(\mu + \theta - \delta_0) + r_b \mu \sin(\mu + \theta - \delta_0) \\ r_b \sin(\mu + \theta - \delta_0) - r_b \mu \cos(\mu + \theta - \delta_0) \\ p\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 p 为螺旋参数, $p = p_z/2\pi$, p_z 为螺旋线导程. θ 表示端截形上参数量为 μ 的点 M 绕 z 轴转过的角度, 顺着 z 轴看去, 以顺时针方向转动为正.

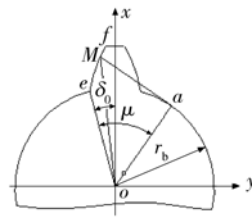


图 1 内斜齿轮的端截形

Fig. 1 End tooth profile of inner helical gear

1.2 计算砂轮廓形

图 2 是成形磨削内斜齿轮的数学模型表达式, $o-xyz$ 是固连于齿轮的坐标系, z 为坐标轴的轴线, 齿轮端截面齿形对称轴为坐标轴 x . $o_0-x_0y_0z_0$ 为固连于砂轮上的坐标系, 坐标轴 y_0 为其旋转轴线, Σ 为 z 轴负方向与 y_0 之间夹角, 齿轮坐标系的 x 轴与坐标轴 x_0 重合, D 为两坐标系原点间的距离 o_0o 的中心距.

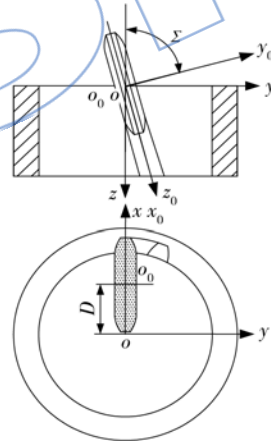


图 2 内斜齿轮磨削的数学模型

Fig. 2 Mathematic model of inner helical gear

齿轮右旋螺旋面的左侧表面在坐标系 $o-xyz$ 中的方程为公式 (1), 变换到坐标系 $o_0-x_0y_0z_0$ 得^[7-8]

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \Sigma & -\cos \Sigma \\ 0 & \cos \Sigma & \sin \Sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 y_0 为砂轮旋转轴线, 平面 $Q-Q$ 与 y_0 轴垂直并且与原点 o 相距为 c , 用 $Q-Q$ 剖截齿槽和砂轮, r_0 为这个截圆的半径, 在坐标系 $o_0-x_0y_0z_0$ 中截圆可表示为如下方程:

$$r_0^2 = x_0^2 + z_0^2 \quad (3)$$

$$\frac{dx_0}{dz_0} = -\frac{z_0}{x_0} \quad (4)$$

EF 为平面 Q-Q 与齿轮螺旋面相截得到的齿轮截交曲线,其在坐标系 $\alpha_0-x_0 y_0 z_0$ 中的方程可令 $y_0 = c$ 得

$$\begin{cases} x_0 = r_b \cos(\mu + \theta - \delta_0) + r_b \mu \sin(\mu + \theta - \delta_0) - D \\ c = r_b \sin(\mu + \theta - \delta_0) \sin \Sigma - r_b \mu \cos(\mu + \theta - \delta_0) \sin \Sigma - p \theta \cos \Sigma \\ z_0 = r_b \sin(\mu + \theta - \delta_0) \cos \Sigma - r_b \mu \cos(\mu + \theta - \delta_0) \cos \Sigma + p \theta \sin \Sigma \end{cases} \quad (5)$$

由于接触点既在半径等于 r_0 的截圆上也在和 z_0 的关系式代入公式(4)得齿轮截交曲线 EF 上,故把公式(5)所表示的 x_0

$$\frac{dx_0}{dz_0} = \frac{-r_b \sin(\mu + \theta - \delta_0) \cos \Sigma + r_b \mu \cos(\mu + \theta - \delta_0) \cos \Sigma - p \theta \sin \Sigma}{r_b \cos(\mu + \theta - \delta_0) + r_b \mu \sin(\mu + \theta - \delta_0) - D} \quad (6)$$

现在求齿轮截交曲线 EF 上任意一点的切线斜率,由齿轮截交曲线方程(5)可以看出,转角 θ 是参变量 μ 的函数,其值可由方程(5)的第二式求出,这样方程(5)对 μ 求导得

$$\frac{dx_0}{d\mu} = -r_b \sin(\mu + \theta - \delta_0) \frac{d\theta}{d\mu} + r_b \mu \cos(\mu + \theta - \delta_0) \left(1 + \frac{d\theta}{d\mu}\right) \quad (7)$$

$$\frac{dc}{d\mu} = r_b \cos(\mu + \theta - \delta_0) \sin \Sigma \frac{d\theta}{d\mu} + r_b \mu \sin(\mu + \theta - \delta_0) \sin \Sigma \left(1 + \frac{d\theta}{d\mu}\right) - p \cos \Sigma \frac{d\theta}{d\mu} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{dz_0}{d\mu} = r_b \cos(\mu + \theta - \delta_0) \cos \Sigma \frac{d\theta}{d\mu} + r_b \mu \sin(\mu + \theta - \delta_0) \cos \Sigma \left(1 + \frac{d\theta}{d\mu}\right) + p \sin \Sigma \frac{d\theta}{d\mu} \quad (9)$$

联立方程(5),(6),(7),(8),(9),得如下超越方程:

$$\frac{p \cos(\mu + \theta - \delta_0) \cos \Sigma - r_b \sin \Sigma}{p \sin(\mu + \theta - \delta_0)} = -\frac{r_b \sin(\mu + \theta - \delta_0) \cos \Sigma - r_b \mu \cos(\mu + \theta - \delta_0) \cos \Sigma + p \theta \sin \Sigma}{r_b \cos(\mu + \theta - \delta_0) + r_b \mu \sin(\mu + \theta - \delta_0) - D} \quad (10)$$

令 $\tau = \mu + \theta - \delta_0$,将渐开线插补的 μ 值代入方程(10),用牛顿迭代方法求出 τ 值,将其代入公式(2)求出 x_0, y_0 ,由公式(11)即可求出砂轮廓形坐标 $X, Y^{[9]}$.

$$\begin{cases} X = y_0 \\ Y = \sqrt{x_0^2 + z_0^2} \end{cases} \quad (11)$$

点绕砂轮轴线 y_0 旋转 φ 角后的坐标,点 $N'(x', y', z')$ 表示 N 点在齿轮坐标系 α_0-xyz 中的坐标转换点,坐标转换式表示如下^[11]:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \Sigma & \cos \Sigma \\ 0 & -\cos \Sigma & \sin \Sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \sin \varphi \\ y_0 \\ x_0 \cos \varphi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

在 α_0-xyz 中, P 点为 N' 点沿齿面转换到齿轮端截面上的点, P 点的坐标变换式为

$$\begin{cases} x = x' \cos \theta - y' \sin \theta \\ y = x' \sin \theta + y' \cos \theta \\ z = 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中 $\theta = -2\pi z'/p_z$, p_z 为螺旋线导程。

2 磨削干涉的数值模拟

由砂轮廓形推导可知,齿轮参数确定后,砂轮安装角和砂轮与齿轮的安装中心距是求解过程中十分重要的参数,而安装中心距由砂轮半径所决定,因此,砂轮安装角和砂轮半径的合理选择对成形磨削的成功与否具有决定性的作用,它影响到砂轮在磨削加工过程中是否过切齿轮.数值模拟方法是用计算出的砂轮廓形反过来求解所加工工件的端截面齿形,将其与理论齿廓曲线作比较即可判断加工齿形精度好坏^[10].

$M(x_0, y_0, 0)$ 是砂轮轴截面廓形上一点, $N(x_0 \sin \varphi, y_0, x_0 \cos \varphi)$ 表示在砂轮坐标系中 M

砂轮上的点随砂轮作回转运动,在一定范围内转角 φ 逐渐改变,用式(12),(13)计算转角 φ 每次改变后砂轮上的点的空间坐标,就可以在齿轮端截面上得到一系列点,连接这些点即可得到一条曲线,重复上述过程,砂轮廓形上的点均作旋转变换就可以得到一个曲线族,通过数值模拟法得到的齿轮端面齿形就是这些曲线族的包络线。

3 砂轮数控修形及仿真软件的编制

基于以上理论,用 Visual C++ 6.0 编制了内斜齿轮砂轮修形及误差分析软件. 图 3 是程序流程图,输入内斜齿轮参数,以等误差原理插补离散齿轮端面渐开线齿形,输入加工参数(砂轮半径、安装角)计算砂轮廓形,依次将砂轮廓形上的各点绕砂轮轴线旋转 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \dots$ 角,将砂轮旋转后的点依次转化到工件端截面内,这样就可仿真出实际加工的端面齿形,与理论齿形比较,即可优化加工参数.

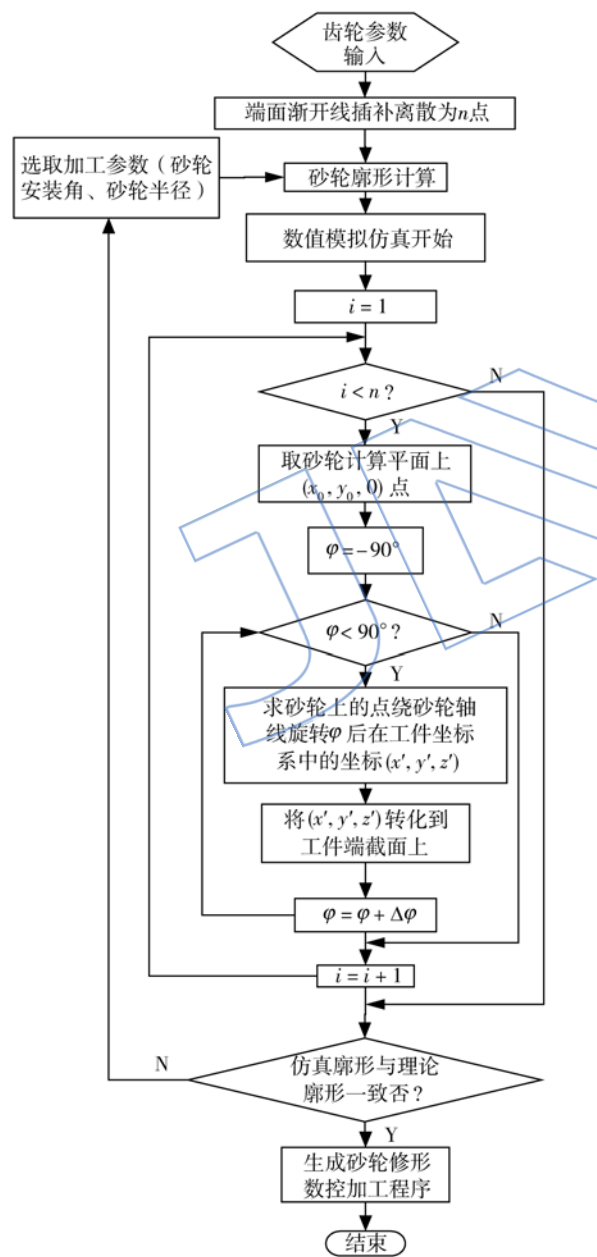


图 3 程序流程图

Fig. 3 Flow chart of program

图 4 是齿轮参数输入及计算界面,输入内斜齿轮参数,计算齿轮的相关尺寸参数,如基圆半径、端面模数、齿顶圆半径,用来计算砂轮廓形.

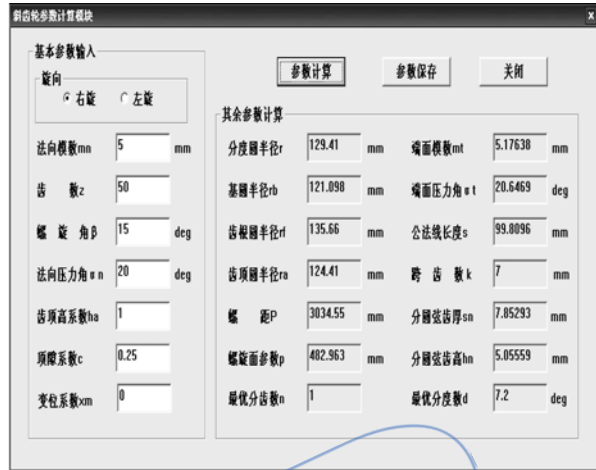


图 4 齿轮参数输入及计算界面

Fig. 4 Interface of gear parameters input and calculation

图 5 是砂轮安装角不同的仿真结果,通过仿真结果可知,只有安装角小于螺旋角 0.5° ,砂轮

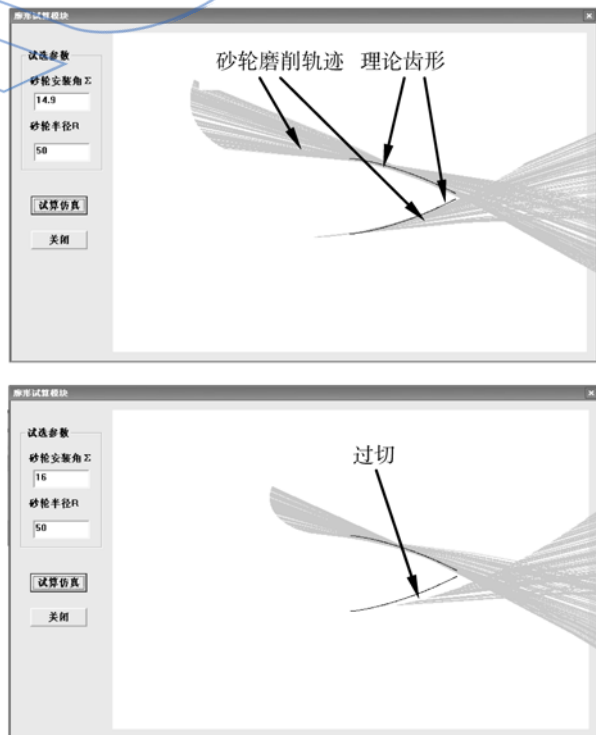


图 5 砂轮安装角不同的仿真结果

Fig. 5 Simulation result of different wheel installation angles

实际加工廓形才与理论廓形最一致,过大或过小都会产生磨削干涉。

图6是砂轮半径不同的仿真结果,当齿轮的参数确定后齿顶圆半径也就确定,砂轮半径过大将会产生过切,使齿槽尺寸变大,但太小的砂轮每次修整后磨削耐用度会受到很大影响,所以希望磨削砂轮半径越大越好,通过仿真可以选取最合适的砂轮,不但可以提高磨削效率,也可提高磨削精度。

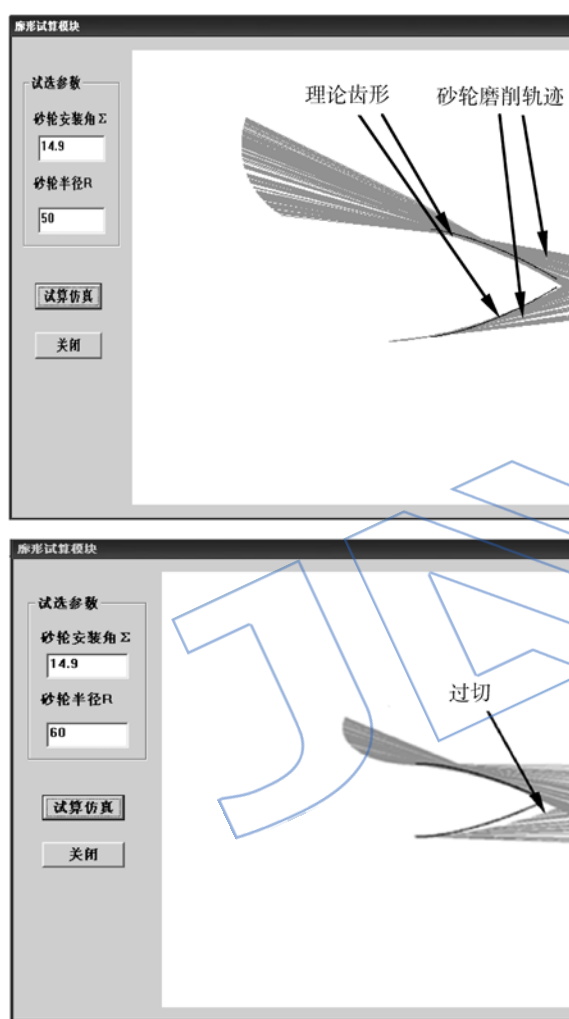


图6 砂轮半径不同的仿真结果

Fig. 6 Simulation result of different wheel radiiuses

图7是砂轮修形仿真图,在前面仿真优化的基础上选取最优砂轮半径和安装角,完成砂轮廓形的求解。砂轮是通过金刚轮的半径 R_{dia} 圆角修形的,还要求出砂轮廓形的外等距曲线作为金刚轮的运动轨迹,图7仿真了砂轮廓形和金刚轮的修形轨迹。同时图7也给出了磨削砂轮的双斜面工作部分尺寸,便于砂轮的选取和预成形。

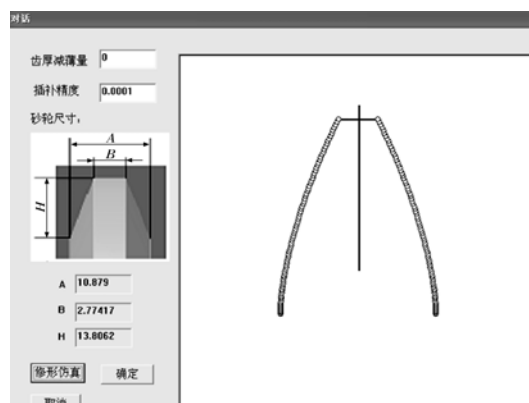


图7 砂轮修形仿真图

Fig. 7 Simulation of grinding wheel dressing

4 磨齿试验

磨削试验齿轮参数如表1所示,经过软件优化选取以下磨削加工参数:砂轮半径为50 mm,砂轮安装角为 14.9° ,误差仿真结果如图8所示,偏差约在0.008 mm以内。在自主开发的内齿轮成形磨齿机上进行磨削试验^[12]。磨削试件在 quindos 三坐标测量机上用齿轮测量软件 gearhx 进行测量,测量结果如图9所示。从图中可以看出左面齿形综合误差为0.0099 mm,右面齿形综合误差为0.0050 mm,这与软件仿真结果基本一致。

表1 磨削试验齿轮参数
Table 1 Parameters of grinded gear

设计参数	数值
齿数	50
模数 m/mm	5
压力角 $\alpha/^\circ$	20
螺旋角	15
全齿高系数	2.25

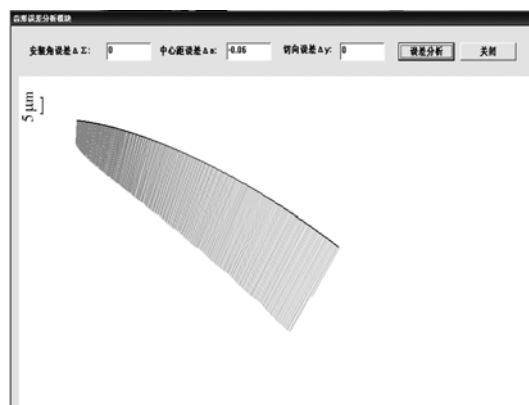


图8 修形误差仿真

Fig. 8 Simulation of dressing error

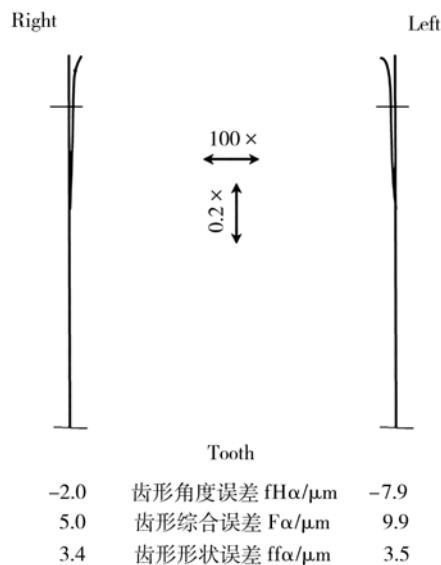


图 9 检测结果

Fig. 9 Inspection result

5 结 论

1) 内斜齿轮成形磨削的砂轮修整廓形正确与否对磨削精度的影响至关重要. 本文建立内斜齿轮成形磨削的数学模型, 用截圆法求出正确磨削内斜齿轮时砂轮与内斜齿轮接触线上的点所应满足的条件, 得到超越方程, 最后通过牛顿迭代法解超越方程求出砂轮廓形, 保证了砂轮廓形的正确性.

2) 砂轮安装角和砂轮半径等磨削参数的不合理选择是造成内斜齿轮成形磨削干涉的重要因素. 本文通过坐标变换公式的推导模拟仿真所求砂轮磨出的实际内斜齿轮端面齿形, 与理论端面齿形对比可检验磨削干涉, 从而达到优化砂轮安装角和砂轮半径等磨削参数的目的.

3) 基于 Visual C++ 6.0 编制的内斜齿轮砂轮修形及误差分析软件, 通过仿真优化砂轮安装角和砂轮半径, 根据内斜齿轮的参数自动生成数控砂轮修整程序, 可以实现内斜齿轮的智能成形磨削.

4) 最后通过加工、测量实例验证了所提出理论的正确性和所开发修形软件的工程适用性.

参考文献:

[1] 任小中, 邓效忠, 苏建新. 内齿轮成形磨削及砂轮修形技术

的研究[J]. 中国机械工程, 2008, 19(22): 2647-2649.

REN Xiaozhong, DENG Xiaozhong, SU Jianxin. Study on the CNC internal gear form grinding technology[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(22): 2647-2649. (in Chinese)

[2] 邓效忠. 一种内齿轮成形磨齿机: 中国, ZL200520030867. 8 [P]. 2006-06-21.

DENG Xiaozhong. An internal gear form grinding machine: China Patent ZL200520030867. 8 [P]. 2006-06-21. (in Chinese)

[3] Litvin F L. Gear geometry and applied theory[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1994.

[4] Litvin F L, Chen N X, Lu J, et al. Computerized design and generation of low-noise helical gear with modified surface topology[J]. Journal of Mechanical Design, 1995, 117(2): 254-261.

[5] Seol I H, Litvin F L. Computerized design, generation and simulation of meshing and contact of worm-gear drives with improved geometry[J]. Computer Methods Apply, 1996, 138(1-4): 73-103.

[6] Litvin F L, De Donno M, Peng A, et al. Integrated computer program for simulation of meshing and contact of gear drives[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 181(1-3): 71-85.

[7] Litvin F L, Lu J, Townsend D P, et al. Computerized simulation of meshing of conventional helical involute gears and modification of geometry [J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(1): 123-147.

[8] Litvin F L, Fuentes A, Fan Q, et al. Computerized design, simulation of meshing and contact, and stress analysis of face-milled formate generated spiral bevel gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(5): 441-459.

[9] Chiang C J, Fong Z H, Tseng J T. Computerized simulation of thread form grinding process[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(5): 685-696.

[10] 周玉山, 邵明. 粉末冶金齿轮模具成形磨齿砂轮形计算方法[J]. 机械工程学报, 2005, 41(1): 162-165.

ZHOU Yushan, SHAO Ming. Form grinding technology for the mold of powder metallurgy gears[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(1): 162-165. (in Chinese)

[11] 王树人. 齿轮啮合的微分几何[M]. 天津: 天津大学出版社, 2005.

[12] 任小中, 邓效忠, 苏建新. 数控成形磨齿机计算机辅助模块化设计[J]. 农业机械学报, 2008, 39(2): 144-146.

REN Xiaozhong, DENG Xiaozhong, SU Jianxin. Computer aided modularization design of CNC gear form grinding machine[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(2): 144-146. (in Chinese)